

Matematyka

Zadanie 1.

Poprawna odpowiedź

PF

Wyjaśnienie

Pierwsze zdanie

Zadanie sprawdza, czy potrafisz do sytuacji opisanej w treści zadania zbudować równanie, następnie rozwiązać to równanie i na koniec właściwie zinterpretować otrzymany wynik.

Aby ocenić prawdziwość pierwszego zdania, należy sprawdzić, czy przedstawione równanie jest poprawne.

- Zaczniemy od opisanego wyrażeniami algebraicznymi liczb piłeczek poszczególnych kolorów:

n – liczba piłeczek niebieskich

$0,8n$ – liczba piłeczek czarnych ($100\% - 20\% = 80\%$, 80% liczby n to $0,8n$)

$n + 6$ – liczba piłeczek zielonych (piłeczek niebieskich jest o 6 mniej niż zielonych).

- Następnym krokiem jest ułożenie równania.

Piłeczek niebieskich i zielonych jest łącznie o 48 więcej niż czarnych, zatem:

$$n + n + 6 = 0,8n + 48$$

Zatem zdanie pierwsze jest prawdziwe.

Drugie zdanie:

Aby ocenić prawdziwość drugiego zdania, należy obliczyć, ile piłeczek zielonych jest w pojemniku.

- Liczba piłeczek zielonych jest o 6 większa niż niebieskich. Rozwiążmy najpierw równanie na liczbę n piłeczek niebieskich:

$$n + n + 6 = 0,8n + 48$$

$$2n - 0,8n = 48 - 6$$

$$1,2n = 42$$

$$n = 35$$

- Liczba piłeczek zielonych to: $35 + 6 = 41$

Zatem zdanie drugie jest fałszywe.

Zadanie 2.

Poprawna odpowiedź

BD

Wyjaśnienie

Zadanie sprawdza, czy potrafisz zastosować wyrażenia algebraiczne do opisu różnych wielkości (w tym przypadku do przedstawienia obwodów trójkąta i prostokąta) oraz zbudować i rozwiązać równanie, a następnie zinterpretować otrzymany wynik.

- Zapiszmy obwód trójkąta równobocznego o boku $(x + 1)$:

$$3(x + 1)$$

oraz obwód prostokąta o bokach $\left(\frac{1}{2}x + 5\right)$ i $\frac{1}{2}x$:

$$2\left(\frac{1}{2}x + 5\right) + 2 \cdot \frac{1}{2}x$$

- Wielokąty mają równe obwody – na tej podstawie tworzymy równanie:

$$3(x + 1) = 2\left(\frac{1}{2}x + 5\right) + 2 \cdot \frac{1}{2}x$$

- Po wykonaniu odpowiednich przekształceń:

$$3x + 3 = x + 10 + x$$

$$3x - x - x = 10 - 3$$

otrzymujemy: $x = 7$

- Długość boku trójkąta jest równa 8, ponieważ $7 + 1 = 8$, zatem w pierwszym zdaniu wybieramy odpowiedź B.
- Obwód trójkąta, jak również prostokąta, jest równy 24, ponieważ $3 \cdot (7 + 1) = 24$. W drugim zdaniu wybieramy odpowiedź D.

Zadanie 3.

Poprawna odpowiedź

C

Wyjaśnienie

Zadanie sprawdza, czy potrafisz przekształcać proste wzory (geometryczne lub fizyczne), aby wyznaczyć z nich zadaną wielkość.

- W celu wyznaczenia prędkości v należy wykonać kolejne przekształcenia:

- równanie $E_k = \frac{m \cdot v^2}{2}$ mnożymy stronami przez 2

- otrzymujemy równanie $2E_k = m \cdot v^2$

- następnie obie strony tego równania dzielimy przez m

- otrzymane równanie $v^2 = \frac{2E_k}{m}$ obustronnie pierwiastkujemy.

- Otrzymujemy wzór na prędkość: $v = \sqrt{\frac{2E_k}{m}}$, czyli poprawna jest odpowiedź C.

Zadanie 4.

Przykładowe rozwiązania

Sposób 1.

Oznaczmy kąty trójkąta ABC jako α, β, γ . Załóżmy, że największym kątem jest α .
Z treści zadania wynika zależność

$$\begin{aligned}\alpha &= 2(\beta + \gamma) = 2(180^\circ - \alpha) \\ \alpha &= 120^\circ\end{aligned}$$

Sposób 2.

Oznaczmy kąty trójkąta ABC jako α, β, γ . Załóżmy, że największym kątem jest α .

$$\alpha + \beta + \gamma = 180^\circ$$

ponieważ $\alpha = 2(\beta + \gamma)$, zatem $\beta + \gamma = \frac{1}{2}\alpha$, czyli

$$\alpha + \frac{1}{2}\alpha = 180^\circ$$

$$\alpha = 120^\circ$$

Wyjaśnienie

Zadanie wymaga wykorzystania twierdzenia o sumie kątów wewnętrznych trójkąta, zastosowania oznaczeń literowych oraz zapisania związków między wielkościami w postaci równań.

Zadanie 5.

Przykładowe rozwiązania

Sposób 1.

Oznaczmy $AE = a$.

$$P_{AEFD} = a \cdot h = 5a$$

$$P_{EBCF} = \frac{(10-a) + (6-a)}{2} \cdot 5$$

$$P_{EBCF} = \frac{16-2a}{2} \cdot 5 = (8-a) \cdot 5$$

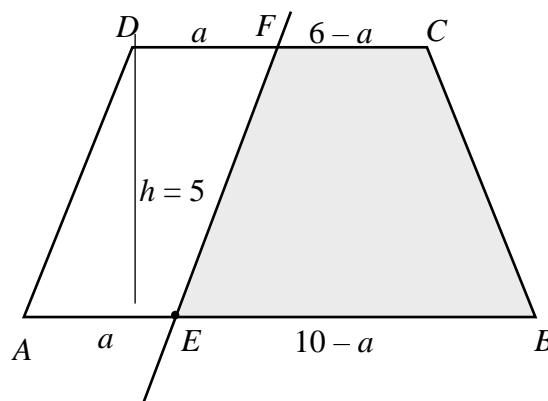
$$P_{EBCF} = 40 - 5a$$

Z treści zadania wynika, że

$$P_{EBCF} = 3P_{AEFD}$$

$$40 - 5a = 3 \cdot 5a$$

$$a = 2 \text{ (cm)}$$



Odpowiedź: Odcinek AE ma długość 2 cm.

Sposób 2.

Obliczamy pole trapezu $ABCD$:

$$P = \frac{10+6}{2} \cdot 5 = 40$$

Na podstawie treści zadania zauważamy, pole równoległoboku $AEFD$ stanowi $\frac{1}{4}$ pola trapezu $ABCD$.

Obliczamy pole równoległoboku $AEFD$:

$$P_{AEFD} = a \cdot h = 5a$$

Następnie zapisujemy równanie: $5a = \frac{1}{4} \cdot 40$

$$a = 2 \text{ (cm)}$$

Odpowiedź: Odcinek AE ma długość 2 cm.

Wyjaśnienie

Do rozwiązania zadania niezbędne jest wykorzystanie wzorów na obliczanie pola równoległoboku i pola trapezu.

Zadanie 6.

Przykładowe rozwiązania

Sposób 1.

Należy zacząć od obliczenia, ile magnesów z widokiem Wawelu zakupił Adam.

x	– tyle magnesów z widokiem Wawelu kupił Adam
$12 - x$	– tyle magnesów ze smokiem wawelskim kupił Adam
$2,5x$	– koszt magnesów z widokiem Wawelu, które kupił Adam/koszt magnesów ze smokiem wawelskim, które kupiła Basia
$4,5 \cdot (12 - x)$	– koszt magnesów ze smokiem wawelskim, które kupił Adam

$$2,5x + 4,5 \cdot (12 - x) = 36$$

$$2,5x + 54 - 4,5x = 36$$

$$18 = 2x$$

$$x = 9$$

Następnie obliczamy koszt zakupu przez Adama magnesów z widokiem Wawelu, który jest równy kosztowi zakupu przez Basię magnesów ze smokiem wawelskim.

$$9 \cdot 2,5 = 22,5 \text{ zł} \quad \text{– koszt magnesów z widokiem Wawelu, które kupił Adam}$$

Na koniec obliczamy, ile magnesów ze smokiem wawelskim kupiła Basia.
 $22,5 : 4,5 = 5$

Odpowiedź: Basia kupiła 5 magnesów ze smokiem wawelskim.

Sposób 2.

Rozwiązanie różni się od przedstawionego w sposobie 1. ustaleniem za niewiadomą innej wielkości.

x – tyle magnesów ze smokiem wawelskim kupił Adam
 $12 - x$ – tyle magnesów z widokiem Wawelu kupił Adam
 $4,5x$ – koszt magnesów ze smokiem wawelskim, które kupił Adam
 $2,5 \cdot (12 - x)$ – koszt magnesów z widokiem Wawelu, które kupił Adam czyli koszt magnesów ze smokiem wawelskim, które kupiła Basia

$$4,5x + 2,5 \cdot (12 - x) = 36$$

$$4,5x + 30 - 2,5x = 36$$

$$2x = 6$$

$$x = 3$$

$36 - 3 \cdot 4,5 = 22,5$ zł – koszt magnesów z widokiem Wawelu, które kupił Adam, czyli koszt magnesów ze smokiem wawelskim, które kupiła Basia

$22,5 : 4,5 = 5$ – tyle magnesów ze smokiem wawelskim kupiła Basia

Odpowiedź: Basia kupiła 5 magnesów ze smokiem wawelskim.

Wyjaśnienie

W rozwiązaniu zadania należy wykazać się umiejętnością opisywania zależności przedstawionych w jego treści za pomocą równania oraz rozwiązywaniem równań. Należy pamiętać o konieczności sprawdzenia, czy otrzymane rozwiązanie spełnia warunki zadania.

Zadanie 7.

Przykładowe rozwiązania

Sposób 1.

Obliczamy cenę biletu dla dziecka.

$$0,55 \cdot 40 = 22 \text{ zł} - \text{cena biletu dla dziecka}$$

Następnie opisujemy niewiadome i tworzymy równanie, które umożliwi obliczenie liczby zakupionych biletów (dla dorosłych oraz dla dzieci).

x – liczba biletów dla dorosłych

$x + 24$ – liczba biletów dla dzieci

$40x$ – koszt biletów dla dorosłych

$22 \cdot (x + 24)$ – koszt biletów dla dzieci

$$40x + 22 \cdot (x + 24) = 900$$

$$40x + 22x + 528 = 900$$

$$62x = 372$$

$$x = 6$$

$$x + 24 = 30$$

$$6 + 30 = 36$$

Odpowiedź: Zakupiono łącznie 36 biletów do teatru.

Sposób 2.

Obliczamy cenę biletu dla dziecka.

$$100\% - 45\% = 55\%$$

$$100\% - 40$$

$$5\% - 2$$

$$55\% - 22$$

Następnie opisujemy niewiadome i tworzymy równanie, które umożliwi obliczenie liczby zakupionych biletów (dla dorosłych oraz dla dzieci).

y – liczba biletów dla dzieci

$y - 24$ – liczba biletów dla dorosłych

$22y$ – koszt biletów dla dzieci

$40 \cdot (y - 24)$ – koszt biletów dla dorosłych

$$40 \cdot (y - 24) + 22y = 900$$

$$40y - 960 + 22y = 900$$

$$62y = 1860$$

$$y = 30$$

$$y - 24 = 6$$

$$6 + 30 = 36$$

Odpowiedź: Zakupiono łącznie 36 biletów do teatru.

Sposób 3.

Obliczamy cenę biletu dla dziecka.

$$0,55 \cdot 40 = 22 \text{ zł} - \text{cena biletu dla dziecka}$$

Obliczamy koszt zakupu biletów dla 24 dzieci.

$$24 \cdot 22 = 528 \text{ zł}$$

$900 - 528 = 372 \text{ zł}$ – wartość biletów dla tej samej liczby dorosłych co dzieci

$372 : (40 + 22) = 6$ – liczba dorosłych

$$24 + 6 + 6 = 36$$

Odpowiedź: Zakupiono łącznie 36 biletów do teatru.

Wyjaśnienie

W rozwiązaniu zadania należy wykazać się umiejętnością opisywania zależności przedstawionych w jego treści za pomocą równania oraz rozwiązywaniem równań. Należy pamiętać o konieczności sprawdzenia, czy otrzymane rozwiązanie spełnia warunki zadania.